

1 Iskazni račun

1. Primenom formula i iskaznih operacija zapisati rečenice
 - a) Proizvod brojeva x i y jednak je nuli ako i samo ako je neki od njih jednak nuli.
 - b) Broj a je deljiv sa 6 ako i samo ako je deljiv sa 2 i sa 3.
 - c) Količnik dva broja je veći od nule ako i samo ako su ti brojevi oba pozitivni ili oba negativni.
2. Između iskaza postaviti odgovarajući simbol \Rightarrow , \Leftarrow ili \Leftrightarrow tako da se dobije tačan iskaz, gde su x , y , z i a realni brojevi.
 - a) $x = y \square xz = yz$;
 - b) $a > 0 \square a^2 > 0$;
 - c) $x = |x| \square x > 0$.
3. Formirati tablicu istinitosnih vrednosti za
 - a) $\neg((p \vee q) \wedge (\neg p \vee \neg q))$;
 - b) $(p \vee r) \wedge (p \Rightarrow q)$.
4. Pomoću tablica istinitosti pokazati da su
 - a) $\neg(p \wedge q) \Leftrightarrow \neg p \vee \neg q$;
 - b) $\neg(p \vee q) \Leftrightarrow \neg p \wedge \neg q$tautologije. Ove tautologije poznate su kao De Morganovi zakoni.
5. Metodom diskusije po slovu pokazati da su sledeće formule tautologije
 - a) $((p \Rightarrow q) \wedge \neg q) \Rightarrow \neg p$;
 - b) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$.

2 Predikati i kvantifikatori

1. Sledeće rečenice prevesti na jezik formula:
 - a) Svi racionalni brojevi su realni.
 - b) Postoje realni brojevi koji nisu racionalni.
 - c) Svaki realan broj je ili racionalan ili iracionalan.
 - d) Postoji najmanji prirodan broj.
 - e) Postoji neko ko poznaje svakog.

2. Ispitati koje od sledećih formula su tačne:

- a) $(\forall x)(\forall y)P(x, y) \Leftrightarrow (\forall y)(\forall x)P(x, y)$;
- b) $(\exists x)(\exists y)P(x, y) \Leftrightarrow (\exists y)(\exists x)P(x, y)$;
- c) $(\exists x)(\forall y)P(x, y) \Rightarrow (\forall y)(\exists x)P(x, y)$;
- d) $(\forall y)(\exists x)P(x, y) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)P(x, y)$.

3 Skupovi

Dokazati sledeće skupovne jednakosti.

- 1. $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$
- 2. $A \setminus B = A \setminus (A \cap B) = (A \cup B) \setminus B$
- 3. $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$
- 4. $A \setminus B = A \Delta (A \cap B)$
- 5. $(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$
- 6. $(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$
- 7. $(A \cup B) \times (C \cup D) = (A \times C) \cup (B \times C) \cup (A \times D) \cup (B \times D)$
- 8. $(A \cap B) \times (C \cap D) = (A \times C) \cap (B \times D)$
- 9. $\mathcal{P}(A \cap B) = \mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B)$
- 10. $\mathcal{P}(A \cup B) \supset \mathcal{P}(A) \cup \mathcal{P}(B)$